

# شبة المضاعفات على $A^*$ - الجبري

للتألب  
سلطان عثمان عبدالله الغامدي

بإشراف  
د. لياقت علي خان

## مستخلص الرسالة:

مفهوم شبة المضاعف (Quasi-multiplier)  $m$  على الجبر  $A$  انه ترابط معرف من  $A \times A$  الي نفسها بحيث

$$m(ax, yb) = am(x, y)b$$

وهو تعميم لفكرة المضاعف (يمين ، مزدوج) واليسار، قدمت لأول مره بواسطة اكيما (Akemann) وبيدرسن (Pedersen) في عام 1973 م. أول حساب منهجي للنظرية العامة لشبة المضاعفات على الجبر المناخي مع هوية محدودة وتقريبية قدمها ماكينين (Mckennon) عام 1977 وتم تطويرها في السنوات الأخيرة. تعتبر دراسة شبة المضاعفات في الوقت الحاضر للعديد من الباحثين حقل جديد ومحل اهتمام. في هذه الرسالة. نقدم دراسة محدثة لنظرية شبة المضاعفات على البناخ الجبري للحد الأدنى للهوية التقريبية.

في الثلاث الفصول الأولى نقدم تعارف أساسية للمصطلحات والنتائج في الطوبولوجيا والتحليل الدالي بالإضافة إلي خصائص طوبولوجية وجبرية لفئات مختلفة من المضاعف على البناخ الجبري وفئة  $A^*$  الجبري.

في الفصلين الأخيرين ، نعتبر الوحدة بين الدقيق (strict) وشبة الدقيق الطوبولوجي على الجبر  $QM(A)$  لكل شبة المضاعفات المترابطة المتصلة على البناخ الجبري يكون لها حد أدنى من هوية تقريبية. كذلك ندرس إمكانية تمديد خصائص شبة المضاعف من البناخ الجبري  $A$  إلي فضاء  $A^{**}$  ويكون الجبر الناتج تحت مضروب ارينز (Arens product). ويشمل هذا تضمين من  $QM(A)$  داخل  $A^{**}$ . بالتحديد نقدم نتائج موحدة ومحدثة في هذا المجال.

# Quasi-Multipliers on $A^*$ -algebras

By

Sultan Othman Abdullah Al-Ghamdi

Supervisor

Dr. Liaqat Ali Khan

## Abstract

A quasi-multiplier  $m$  on an algebra  $A$  as a bilinear mapping from  $A \times A$  into itself such that

$$m(ax, yb) = am(x, y)b \text{ for all } a, x, y, b \text{ in } A.$$

It is a generalization of the notion of a left (right, double) multiplier, and was first introduced by Akemann and Pedersen in 1973. The first systematic account of the general theory of quasi-multipliers on a Banach algebra with a bounded approximate identity was given in a paper by McKenon in 1977. Further developments have been made in recent years by many authors. The study of quasi-multipliers is presently an interesting area of research. In this thesis, we give an update study of the theory of quasi-multipliers on Banach algebras with minimal approximate identities. In the initial three chapters, we include the fundamental definitions and results on Topology and Functional Analysis as well as both the algebraic and topological properties of various classes of multipliers on Banach algebras and  $A^*$ -algebras. In the last two chapters, we consider the uniform, strict and quasi-strict topologies on the algebra  $QM(A)$  of all continuous bilinear quasi-multipliers on Banach algebras  $A$  having minimal ultra-approximate identities. We also consider extension properties of quasi-multipliers from a Banach algebra  $A$  to its second dual space  $A^{**}$ , when it is considered as an algebra under the Arens product. These include the embedding of  $QM(A)$  into  $A^{**}$ . In particular, we give a unified and updated progress of research in this field.